마코프 체인을 활용한 비축·치장물자 최적 불출계획 도출모형 연구

정연중*, 윤봉규**

* 국방대학교 군사운영분석학과 석사과정 학생

** 국방대학교 군사운영분석학과 교수

A Study on the Optimal Process Model of Warehouses for the Stockpiled Goods using the Markov Chain

Yeonjoong Jung, Bong-Kyu Yoon

Operations Research, Korea National Defense University

The air base manages specific equipment/materials to be used in wartime/emergency at the central warehouse in peacetime and, if necessary, release them as soon as possible according to pre-planned visits with the priorities of each squad.

The task is essential and is verified by exercise with actual personnel and materials, but the analytical approach is insufficient. To solve this problem, this study uses the continuous time Markov chain to calculates the expected completion time according to the probability distribution of reservation arrival time and service time by squad, and derives the optimal plan adjusting reserved arrival time and sequence.

The model presented in this study suggests a way with Markov chain to solve Stochastic Open Shop Scheduling problem in which the probability distribution of arrival/service time by Customer - Server is detailed.

Keywords: Markov Chain, Stochastic Open Shop Scheduling

1. 서 론

1.1 연구배경 및 목적

군은 전시 또는 유사시 사용할 특정 장비/물자들에 대해 평시에는 중앙저장창고에서 관리하고, 필요시 사전에 확정된, 부서별 우선순위에 따른 예약방문을 통해 최단시간 내 불출하는 계획을 가지고 있다. 이때, 효율적 배분을 위해, 부서별 특성에 따라 여러 단계로 분류 후 방문시간을 사전에 지정하는 방식이다.

해당 계획은 공군의 군수분야에서 필수적인 과업 중 하나로, 자체 훈련은 물론 상위 부대에서 주관하여 실제 인원 및 물자를 활용하여 대규모 검증을 수행한다.

그러나, 이에 대해 분석적 접근 및 계획수립 방식에 대해서는 세부적으로 논의된 바가 없다. 구체적으로는 각 부서별로 설정된 예약 도착시간이 적정한지에 대한 검토는 물론, 우선순위를 그룹화하는 정책이 효율적인지 검증된 바가 없었다. 또한, 분배 계획 수립에 있어서도 일정계획에 대한 별도의 지식 없이 담당장교가 매년 개정 중이다. 이렇게 별도의 검증 모형 및 알고리즘이 없이 수립된 계획을, 몇 년에 한번 막대한 비용을 들여 파손/분실 가능성을 감안하고 실제로 불출하고 회수하는 것은 상당히 비효율적이다.

이에, 본 연구에서는 가상의 기지를 상정, 연속시간 마코프체인을 활용한 부서별 예약도착시간 및 서비스 시간의 확률 분포에 따른 최종 완료시간의 기대치를 산출하는 모형을 제시한다. 또한, 이를 기존에 연구된 오픈숍 일정계획 문제의 알고리즘을 활용하여 개선, 이후 개선된 일정계획을 평가를 통해 최적의 불출계획 도출 모형을 제시하고자 한다. 그 결과 불출계획의 적절성에 대한 분석적인 근거를 제시하고자 한다.

1.2 기존 연구 고찰

예약도착 대기행렬(Scheduled arrival to queues)은 대기행렬과 다르게 고객도착이 확률적으로 결정되는 것이 아닌, 특정 시점으로 고객이 적절히 도착하게끔 설계한 시스템으로, 이를 통해 서버를 효율적으로 운영하고 고객의 대기 시간을 줄이는 모형이다.

Bailey[7]는 고객 대기시간 최소화를 위해 외래환자들의 예약 도착시간을 조절하여 고객 만족도를 높이는 연구를 최초로 하였다. 이후의 연구로는 주로 병원의 서비스를 받는 환자와 진료를 수행하는 의료진의 대기시간/유휴시간을 최소화하는 연구들이 진행되었다[8]. Pegden and Rosenheim[16]은 특정 분야가 아닌, 일반화된 예약 도착 대기행렬 시스템을 제시하였다. 이는 비용을 고객 대기비용과 서버 운용비용으로 분류하고 두 비용의 합을 최소로 하는 고객 도착시점을 산출하는 모형이다. Stein and Cote[17]는 마코프체인을 적용하여 다수 고객의 대기시간을 효과적으로 산출하였으며, 특히 계산의 용이성과 적용상의 문제를 고려, 도착간격을 균등 적용하는 경우를 분석하였다. 또한, Yang et al.[21]와 Vanden Bosch and Dietz[20]에 의해 고객별 예약간격을 차등화하는 'Variable Interval Rule'에 대한 연구가 진행되었으며, Hassin and Mendel[9]은 Pegden and Rosenheim[15]의 모형 기반으로 No-show 확률을 고려한 모형을 제시하였고, Sun et al.[19]은 기존 연구들에 대한 다양한 수치해석을 실시하였다. 고재우 et al.[1]는 기존 예약도착 대기행렬시스템을 확장하여, 서비스 시간에 지수분포가 아닌 단계형 분포를 적용하는 방식으로 현실 상황을 좀더 반영하고 최적의 도착간격을 결정하는 방법을 제시하였다.

이와 같은 연구들은 도착시간의 적정한 조절을 통해 시스템의 효율적인 운용하는 방법을 제시하였으나 적정 방문 순서를 결정할 수는 없다는 점에서 특정 문제 해결에 한계점을 보인다.

이를 해결할 수 있는 분야로는 큐잉 네트워크(Queueing Network, 확률적 외판원 문제(Stochastic Traveling Salesman Problem), 오픈샵 일정계획 문제(Open Shop Scheduling)가 있다. 또한 이들은 모두 NP-HARD/COMPLETE 문제로, 최적해를 구하는데에 상당한 시간이 소요된다. 그 중, 현재 다룰 문제는 오픈샵 일정계획 문제에 가장 유사함에 따라, 관련 알고리즘을 활용하여 방문순서를 결정, 이후 기대 완료시간에 대한 평가를 수행한다.

생산공정 일정계획 문제(Job Shop Scheduling)는 기계 수, 작업 수, 작업시간 및 공정순서 정보들을 활용하여, 총 작업수행시간을 최소로 하도록 기계에 투입되는 순서를 결정하는 문제이다[6]. 이는 병목 이동 경험적 방법(Shifting Bottleneck Heuristic)과 유전자 알고리즘을 활용하여 근사 해를 산출할 수 있으나, 정확한 해는 다항시간으로 구하는 알고리즘은 발견되지 않았다[13]. 또한, 이 문제는 기계와 작업이 3 × 3인 문제에 대해서도 NP-COMPLETE문제로 알려져 있

다. 여기에서 더 나아가, 공정수행 순서 또한 추가로 결정해야 하는 것이 오픈 샵 일정계획 문제이다.[5]

Adams and Zawack[10]은 생산공정 일정계획 문제 해결을 위한 병목 이동 방법(Shifting Bottleneck Heuristic)을 제시하였고, Ramudhin and Marier[5]는 해당 알고리즘을 보다 확장하여 일반화된 병목 이동 방법(Generalized Shifting Bottleneck Heuristic)을 제시하여 해당 알고리즘이 오픈샵 일정계획 문제에도 확장될 수 있음을 보였다. 또한 유전자 알고리즘[18]을 적용하거나, 분기 한정법(Branch and Bound)[15]을 적용하여 근사 해를 구하는 방식도 제시되었다.

해당 연구들은 근사 해를 구하고 있으나 다항시간 알고리즘을 제시하지 못한 한계점이 있었다. 이에 이상운[4]은 별도의 알고리즘 전략 제시를 통해 근사 해를 다항시간 내에 구하는 알고리즘을 제시하였다.

본 연구에서는 연속시간 마코프체인을 활용, 부서별 예약도착시간 및 서비스 시간의 확률 분포에 따른 최종 완료시간의 기대치를 산출하는 모형을 제시한다. 또한, 이를 오픈숍 일정계획 문제의 알고리즘을 활용하여 계획을 개선하고, 이후 재평가를 통해 최적의 불출계획 도출 모형을 제시하겠다.

2. 비축·치장물자 최적 불출계획 도출 모형

2.1 비축·치장물자 분배계획 개요 및 가정사항

공군은 비행장에서 항공작전을 지속하여 운영하는 특징을 가지고 있다. 따라서, 현 기지에서 평시 작전을 운영하다가, 유사시에는 실제 작전으로 전환 및 인원을 확충하게 되는데, 이때 사용되는 물자들을 비축·치장물자라고 정의한다. 이는 전시에 병력들이 써야하는 물자로, 평시에 보관해야 하는 물자의 양은 부서별 병력 규모에 비례한다.

해당 물자들은 유사시 대비 장기적으로 보관해야 할 필요가 있으므로, 적정 습도 및 온도를 유지함은 물론, 진공 포장되어 관리된다. 그러나 이러한 관리의 어려움으로 인해, 평시에 중앙집권적으로 이러한 물자를 저장/관리를 하게되는데, 이는 곧 유사시 필요한 부서들에게 빠르게 불출을 해줘야하는 필요성이 있다.

이에, 평시에 해당 물자들에 대해 부서별 수량 및 저장 위치를 파악하고, 부서별 우선순위/수량/방문순서를 고려하여 불출계획을 수립하게 된다. 이때, 각 창고는 관리의 용이성을 위해 물종별로 보관하고 있고, 따라서 원칙적으로 각 부서들은 모든 창고를 방문해야 한다.

이때, 먼저 온 부서가 물자를 수령하는 도중에 우선순위가 빠른 타 부서가 도착하여도 기존 도착 부서의 수령을 중지하지는 않는다. 이는 불출작업의 연속성을 유지하기 위한 것이다.

최종 불출 완료시간에 대한 별도의 기준은 비행단별로 근무여건이 상이해 존재하지는 않는다. 다만, 상위부서 주간 검열간, 불출계획의 효율성 검증을 위해 간헐적으로 실제 불출훈련을 진행한다.

본 연구에서는 모형의 현실성을 반영하고, 분석의 용이성을 확보하기 위해 다음의 몇가지 사항을 가정한다.

첫째, 기지에는 최소 3개 이상의 비축·치장물자 저장창고를 운영한다. 둘째, 각 부서는 위기상황 발령 시, 예약시간을 고려하여 출발하며, 상황 발생 등으로 인한 No-Show는 고려하지 않는다. 셋째, 창고의 도착 및 서비스는 포아송 과정을 따르고, 각 부서별 창고의 최초 도착시간과 서비스 시간은 지수 분포를 따른다. 넷째, 각 부서의 서비스 시간은 총 인원수에 비례한 서비스 시간을 가지며, 이는 사전에 알고 있다. 다섯째, 각 부서는 창고에 한 부서씩 도착하고, 동시에 두 부서를 서비스할 수 없으며, 도착 순서대로 서비스를 받는다. 이때, 먼저 도착한 부서가 물자를 불출받는 동안 우선순위가 빠른 타 부서가 도착하여도 작업을 중단하지 않는다(Non-preemptive). 여섯째, 각 부서의 방문순서는 사전에 결정되어 있으며, 중간에 변경되지 않는다. 일곱째, 각 부서는 각 창고에서 수령 후 즉시 다음 창고로 이동하며, 창고간 이동시간은 무시할 수 있을 정도로 작다.

2.2 불출 완료시간 산출 및 계획 도출 절차

모형 및 변수의 설명은 다음과 같다.

· 부서의 개수는 총 K개
· 창고의 개수는 총 L개
· 모든 창고를 사전에 정해진 순서로 방문
 – 서비스 방문순서는 △로 정의함
 – $[\triangle]_{k\cdot} = 1\ 2\ 3 \cdots L$; 부서 k는 1, 2, 3 순 방문
 – $\delta_{k,ij} = \begin{cases} 1 & \text{if}\,[\triangle]_{ki} - [\triangle]_{kj} = -1 \\ 0 & o.w. \end{cases}$
 (이때, 시점 i는 시점 j보다 앞선 시점)
· 부서 k가 창고 ℓ 방문시, 서비스 시간은 $\exp(\mu_{k,l})$를 따르며, 모든 부서는 첫 방문예정 창고까지 이동

하는데 걸리는 시간이 존재하며, 이는 $\exp(\mu_{k,0})$를 따름

· 먼저 도착한 부대가 서비스 받으며(FIFO), 그 부대가 서비스받는 동안 타 부서가 도착하여도 작업을 중단하지 않음(Non-Preemptive)

마코프 체인의 상태 정의는 다음과 같다.

$(i_1^{(c_1)}, i_2^{(c_2)}, \ldots, i_k^{(c_k)}, \ \ldots, i_K^{(c_K)})$

· $i_k^{(c_k)}$: 부서 k의 현재위치는 i_k, 서비스 순서는 c_k

－ i_k : 0, 1, 2, ⋯, K, 99

(0 : 출발지점, 99 : 서비스 완전 종료)

－ c_k : 1, 2, ⋯, K

(K : 앞에 K-1개 부서가 먼저 도착 후 대기 중)

마코프 체인의 전이 규칙은 다음과 같다.

$(i_1^{(c_1)}, i_2^{(c_2)}, \ldots, i_k^{(1)}, \ \ldots, i_K^{(c_K)})$

$\rightarrow (j_1^{(c'_1)}, j_2^{(c'_2)}, \ldots, j_k^{(c'_k)}, \ \ldots, j_K^{(c'_K)})$

· 전이율 : $u_{i_k,k} \cdot \delta_{k,\, i_k j_k}$

$$\cdot\ c'_p = \begin{cases} c_p - 1 & \text{if}\, i_p = i_k \\ c_p & \text{if}\, i_p \neq i_k \end{cases}$$

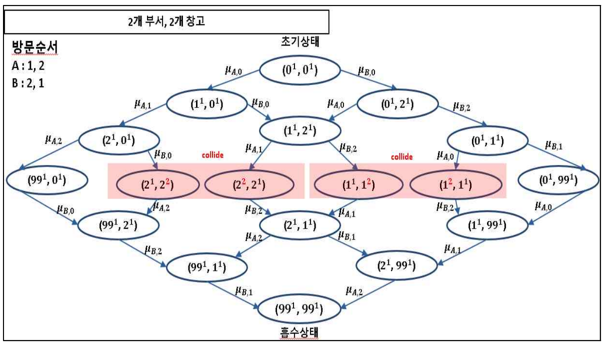
(p = 1, 2, ⋯, k-1, k+1, ⋯, K)

· $c_k = 1, \text{if}\ i_k = 0\ \text{or}\ 99$

· $c'_k = |p : i_p = j_k| + 1$

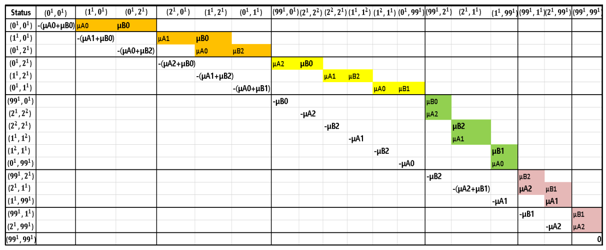
(j_k 창고에서 기존에 서비스를 기다리던 부대수+1)

본 연구에서 다루는 모형의 쉬운 이해를 위해, 2개 부서, 2개 창고 모형의 부서별 위치 변화를 단순화한 상태 전이 다이어그램은 <그림 2-1>과 같이 나타난다.



<그림 2-1> 2×2 모형의 상태 전이 다이어그램

부서별 위치의 상태전이 규칙에 따라 상태 전이율 행렬(Infinitesimal Generator)은 그림 <2-2>의 형태로 표현할 수 있다.



<그림 2-2> 상태 전이율 행렬

이때, 전이율 행렬 Q에서 최종 흡수상태에 해당하는 행/열을 제외한 행렬은 Transient 상태들 간의 전이율 행렬로 Q_t이고, 흡수상태의 열(Column) 부분 행렬은 Transient 상태로부터 흡수상태로의 전이율 행렬로, Q_a이며, <식 3-1>의 형태로 확인할 수 있다.

$$Q = \begin{array}{r} \\ \text{Transient} \\ \text{Absorbing} \end{array} \begin{array}{c} \text{Transient Absorbing} \\ \begin{bmatrix} Q_t & Q_a \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \qquad (\text{식 2-1})$$

이때, Q_t의 역행렬인 $(Q_t)^{-1}$을 구할 경우, 하나의 흡수상태와 적절한 초기상태 확률을 갖는 흡수 연속시간 마코프체인(Continuous Time Markov Chain)에서 흡수될 때까지(= 불출이 완료되는 상태까지) 걸리는 시간의 기대치를 구할 수 있다. 해당 시간의 기대치는 곧 불출 계획의 기대 종료시간(Makespan)이고, 이를 성능척도로 활용한다.

해당 모형은 각 상태별 전이율과 부서별 방문순서를 모수로 활용하여 최종 완료시간의 기대치를 구한다. 다음으로, 부서별 방문순서를 조작하여 각 순서에 따른 기대치를 평가하여 최적의 방문순서를 도출해야한다.

이를 통해 개선된 방문순서를 산출하였고, 해당 방문순서를 확률적 모형에 투입하여 개선된 최종 완료시간의 기대치를 산출하였다.

3. 수립 결과 및 시사점

본 모형에서는 실제 공군 기준 운영현황을 활용해야 하나, 보안상 이슈로 인해 연구에 직접 활용이 불가하다. 따라서, 분석을 위해 가상의 비행단을 상정하고, 총 5개 부서와 3개 창고를 가정하여 모형에 적용했다. 이때, 창고 도착 및 불출시간은 지수분포를 가정하여 산정하였고, 분석에 활용한 가상의 모수를 종합한 결과는 표 <3-1>과 같다.

변수	서비스율	도착	l_1	l_2	l_3
$u_{i_k,k}$	k_1	10 (0.100)	11 (0.091)	12 (0.083)	13 (0.077)
	k_2	9 (0.111)	21 (0.048)	22 (0.045)	23 (0.043)
	k_3	8 (0.125)	31 (0.032)	32 (0.031)	33 (0.030)
	k_4	4 (0.25)	41 (0.024)	42 (0.024)	43 (0.023)
	k_5	4 (0.25)	51 (0.020)	52 (0.019)	53 (0.019)

* ( ) : 평균 시간(= 서비스율의 역수)

변수	방문순서	1st	2nd	3rd
방문 순서	k_1	l_1	l_2	l_3
	k_2	l_2	l_3	l_1
	k_3	l_3	l_1	l_2
	k_4	l_1	l_2	l_3
	k_5	l_2	l_3	l_1

<표 3-1> 우선순위를 고려한 도착시간 설정

해당 모수들을 활용하여 기대 종료시간을 산출한 결과, 평균적으로 불출 완료까지 0.5842시간이 소요됨을 알 수 있다.

또한, 위의 결과를 기준으로, 모수를 변화시킴으로써 다양한 추가 분석을 수행할 수 있다. 예를 들면, 부서별 우선순위에 따른 적정 예약 도착시간이 적정한지 여부를 확인할 수 있다. 만약 우선순위가 낮은 부서 k_4와 k_5의 예약 도착시간을 해제할 경우(첫 도착까지의 소요시간 0.25시간 → 0.12시간으로 단축 시) 기대 종료시간은 0.4899로, 기대시간이 약 16% 감소된다. 이러한 과정의 반복을 통해, 기대시간과 예약시간의 적정 수준을 결정할 수 있다.

두 번째로는 불출 능력, 즉 창고 개수 대비 많은 부대가 있을 경우 병목 현상이 발생하는데, 이를 수치적으로 평가하고, 창고를 추가로 확보시 기대 종료시간이 얼마나 개선되는지 또한 평가가 가능하다.

세 번째로는 해당 창고가 저장하고 있는 품목의 특성 등에 따라 서비스시간의 편차가 다를 수 있다. 예를 들면, 부피가 크고 무거운 품목의 경우 전반적으로 서비스시간이 큰 경향을 보일 것이고, 반대 특성 물품의 경우 서비스시간이 작은 경향을 보일 것이다. 이러한 경향이 클 수록 마찬가지로 특정 창고에 병목현상이 일어날 가능성이 높은데, 이를 수치적으로 제시하고 해결방안을 제공할 수 있다.

마지막으로, 방문순서 변경을 통해, 기대 종료시간을 개선시킬 수 있다. 다만, 확정적(Deterministic) 오픈샵 일정계획 문제의 경우에도 NP-COMPLETE 문제임을 감안할 때, 확률적(Stochastic) 요소가 추가되어 보다 복잡함에 따라 다항시간 내 최적해를 찾기는 어려울 것으로 판단된다.

4. 결론 및 향후 연구 방향

본 연구에서는 연속시간 마코프체인을 활용, 서비스율 및 방문순서의 모수를 활용하여 불출계획에 따른 기대 종료시간을 평가하고, 이를 개선할 수 있는 모형을 제시하였다.

본 논문의 성과 및 의의는 다음과 같다. 첫째, 평가 모형을 활용하여 계획에 따른 확률적인 결과값을 제시하였다. 둘째, 모수 설정을 통해 적정 예약도착시간에 대해 판단하고, 방문순서 수정에 따라서도 기대 종료시간의 변화를 확인할 수 있는 방법론을 제시했다. 이와 같은 성과들을 통해, 실제 훈련에 따르는 비용을 감소시키고, 다양한 상황에 대비한 분배계획을 분석적인 방법을 통해 개선 및 검증할 수 있다.

본 연구의 한계점으로는, 확률적 일정계획에 따른 적정 방문순서를 구할 수 있는 방식을 제시하지 못했다는 점이 있다. 관련된 분야로는 조합 최적화 또는 블랙-박스 함수 최적화가 있으나, 연구 범위의 한계로 인해 적용하지 못하였다. 이를 극복하기 위해, 확정적 일정계획 알고리즘을 활용하여 초기 해를 확보하고, 이를 활용하여 휴리스틱 알고리즘을 적용하여 개선하는 방안 또한 존재한다.

또한 NP- COMPLETE 문제의 특성상 부서수 및 창고가 늘어날 경우, 계산량이 급격히 증가하는 문제가 있었다. 특히 비행단의 실제 부서는 10개 내외로, 상당한 계산량을 요구한다. 이는 Agent Based Modeling을 기반으로 한 시뮬레이션을 통해 극복이 가능할 것으로 판단된다.

참고문헌

[1] 고재우, 김각규, 윤봉규; “예약도착 대기행렬을 활용한 함정정비 최적 예약시간 산정에 관한 연구”, 한국경영과학회지, 38(3): 13-22, 2013

[2] 윤봉규; “단계형 확률과정과 국방분야 응용 사례”, 국방과학기술, 1(1): 13-26, 2008.

[3] 윤봉규, “예약 도착 시스템의 최적 예약시간 산출 모형”, 국방과학기술, 5(3): 37-45, 2012.

[4] 이상운, “오픈숍 일정계획 문제의 다항시간 알고리즘”, 한국정보기술학회논문지, 12(4): 105-115, 2014.

[5] Amar Ramundhin, Philippe Marier, "The generalized Shifting Bottleneck Procedure," European Journal of Operation Research, 93(1): 34-48, 1996

[6] A. M. S. Zalzala, P. J. Fleming.; Genetic Algorithms in Engineering Systems, Chapter 7: Job-shop Scheduling, The Institution of Engineering and Technology, London, 134-160, 1997.

[7] Bailey, N., ; “A Study of Queues and Appointment Systems in Hospitals Outpatient with Special Refernace to Waiting Times,” Journal of Royal Statistical Society, 14: 185-199, 1952.

[8] Cayirli, T. and E. Veral, “Outpatient Scheduling in Health Care : A Review of Literature,” Production and Operations Management Society, 12: 519-549,. 2003.

[9] Hassin, R. and S. Mendel, “Scheduling Arrivals to Queues : A Single-Server Model with No-Shows,” Management Science, 54(3): 565-572, 2008.

[10] Joseph Adams, Daniel Zawack, "The Shifting Bottleneck Procedure for Job Shop Scheduling," Management Science Research Report No. MSRR-525, Carnegie Mellon University, 1986

[11] Latouche, G. and V. Ramaswami, Introduction to Matrix Analytic Methods in Stochastic Modeling, SIAM, Philadelphia, 1999.

[12] M. H. K. Gavareshki, M. H. F. Zarandi, "A Heuristic Approach for Large Scale Job Shop Scheduling Problems," Journal of Applied Sciences, 8(6): 992-999, 2008.

[13] M. R. Garey, "The Complexity of Flow-shop and Job-shop Scheduling," Mathematics of Operations Research, 1(2): 117-129, 1976.

[14] Neuts, M.F., Matrix-Geometric Solutions in Stochastic Models, Dover Publications INC., 1981.

[15] P. Brucker, J, Hurink, B. Jurisch and B. W�stmann, "A Branch & Bound Algorithm for the Open-shop Problem," Discrete Applied Mathematics, 76(1-3): 43-59, 1997.

[16] Pegden, C.D. and M. Rosenheim, “Scheduling Arrivals to Queues,” Computers and Operations Research, 17(4): 343-348, 1990.

[17] Stein W.E. and M.J. Cote, “Scheduling Arrivals to a Queue,” Computers and Operations Research, 21(6): 607-614, 1994

[18] S. Khuri, S. R. Miryala, "Genetic Algorithms for Solving Open Shop Scheduling Problems", Progress in Artificial Intelligence Lencture Notes in Computer Science, 1695: 357-368, 2003.

[19] Sun, W., Z. Tian, and N. Tian, “Performance Analysis of the Appointment Systems with No-Shows,” International Journal of Information and Management Sciences, 21(1): 57-71, 2010

[20] Vanden Bosch, P.M. and C.D. Dietz, “Minimizing Expected Waiting in Medical Appointment system,” IIE Transactions, 32(9): 841-848, 2000

[21] Yang, K.K., M.L. Lu, and S.A. Quek, “A New Appointment Rule for a Single-Server, Multiple-Customer Service System,” Naval Research Logistics, 45(2): 313-326, 1998