단계형 분포를 활용한 군 구매 업무 절차 개선 모형

남정헌 · 윤봉규*
(국방대학교 국방과학학과 군사운영분석전공)

(A Model for Refinement of Military Acquisition Process using Phase-type Distribution)

JungHun Nam BongKyoo Yoon*
Department of Operations Reaserch, Korea National Defense University

Abstract
On-time purchasing plays an very important role in the military readiness. In order to support on-time purchasing of military assets, it is necessary to analyze purchasing process in a quantitative way. This paper suggests a mathematical model to analyze the performance of purchasing process based on Phase-type Distribution. Phase-type distribution is a probability distribution which captures stochastic features of various phenomena with uncertainty. This paper provides a useful model to evaluate the performance of military acquistion process at the level of Fighter-wing-level unit. The model in the paper is expected to be applied to optimize purchasing process through various military units and organizations.

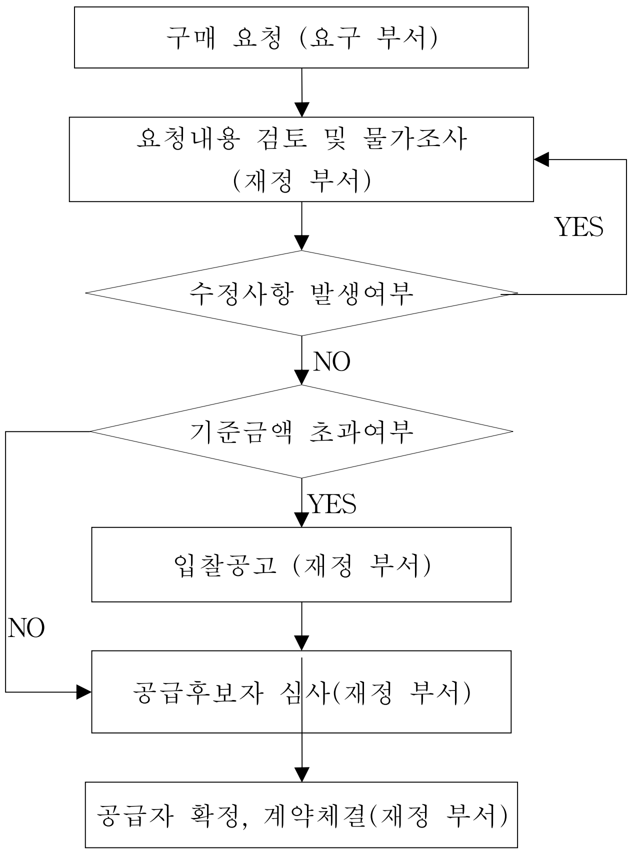
1. 서론 및 연구 배경

조직에서는 재원(돈과의 의미의 동등함에 대한 논의는 별개로 하고, 이하 '재원'으로 언급)의 획득 및 사용에 대해서 일정 기간 단위(주로 1년) 별 계획인 예산을 수립하고, 예산을 기초로 하여 재원을 사용하여 필요한 자원을 구매한다. 필요한 자원을 적기에 구매하는 것은 계획된 활동의 실행과 직결되는 매우 중요한 활동이다. 정교하게 미래를 예측한 예산안을 수립하였음에도 불구하고, 부실한 구매 요구 사항 또는 적절한 공급자를 찾지 못하는 등의 이유로 계획된 활동이 지연되거나 중단되는 사례는 많은 조직에서 발생하고 있다. 따라서 적기에 목표를 달성하기 위해서는 구매가 지연됨에 따라 발생하는 불필요한 노력을 최소화할 필요가 있다.

군 내에서 구매 업무는 재정부서에서 담당하고 있다. 적기 구매 실행의 중요성에 대한 공감은 전 재정부서 전반에 넓게 퍼져 있으며, 각 재정부서에서는 적기 구매 실행을 주요 업무 과제 중 하나로 선정하여 관리하고 있다. 그럼에도 불구하고, 매년마다 많은 부대에서는 구매 업무 진행 일정을 두고 요구 부서, 재정부서, 품목 관리 부서 그리고 공급자(공급 후보자를 포함함) 간의 논쟁이 빈번한 것이 현실이다. 연구자는 재정부서의 구매 절차 개선에 대한 노력이 대부분 경험에 기반한 토의와 그에서 비롯되는 미시적인 개선사항의 제시에 국한되어 있다고 판단하였으며, 수리적 모형을 활용한 정량적이고 과학적인 접근으로 구매 절차의 최적 대안을 제시하고자 한다.

2. 군 구매 업무 절차 흐름 소개

각 군의 재정부서에서는 매년 할당된 예산과 요구 부서의 요구 사항에 따라 구매를 진행한다. 부서별 요구 사항과 투입 예산에 따라 구매 절차는 아래와 같은 흐름으로 진행된다.



<그림 1. 군 구매 업무 절차 흐름도>

연구자가 속해있는 공군을 기준으로 하였을 때 비행단급 부대의 물품 구매 절차는 크게 소액 구매 절차와 입찰 공고를 통한 구매 절차로 구분된다. 본 연구에서는 전체 구매 건 중 대다수를 차지하는 소액 구매 절차에 대한 분석을 진행하였다. 구매 절차에 대한 수리적 모델의 수립에는 단계형 분포(Phase Type Distribution)를 활용하였으며, 처리 중인 구매 업무 수를 성과척도(Performance Indicator, PI)로 설정하였다. 단계형 분포에 대한 설명은 4. 단계형 분포에서 자세하게 다루었다.

3. 업무 절차 분석에 관한 기존 연구 고찰

본 연구에 앞서 연구자는 조직에서의 업무 프로세스에 대한 연구를 대상 업무를 구성하는 절차의 숫자에 따라 구분하였다. 단일 절차로 구성된 업무에 대한 연구는 조만식(2011), 성현진(2011) 등이 있다. 조만식(2011)은 시뮬레이션을 활용한 서비스 프로세스 모델링을 통하여 콜센터에서의 최적 대기 공간(Buffer) 용량을 제시하였다. 성현진(2011)은 다중 서비스 대기행렬 이론을 적용하여 고속도로 요금소 내에서 자동요금 징수시스템이 설치된 차로와 요금수납원이 징수하는 차로 간의 처리 효율성에 대하여 평균 통과시간을 성과척도(Performance Indicator. PI)로 하여 분석하였다. 상기의 연구는 무형의 성과 창출물을 가지는 서비스 업무 절차의 최적화 방안을 제시하였다는 점에서 큰 의의를 가진다. 그러나, 복수의 절차를 가지는 업무 대한 분석에는 적용하기 어려운 한계점이 있다.

구매 또는 장비 제조/정비 등 복수의 절차로 구성된 업무의 최적화 방안에 대한 연구는 다음과 같다. 윤봉규(2008, 2010)는 단계형 확률분포를 일반적인 분포로 표현하는 분석기법을 제시하였으며, 단계형 확률분포를 활용한 무인항공기 운용모형을 제시하였다. 손휘민, 윤봉규(2008)는 운용가용도를 고려한 최적 여유장비 수준을 단계형 분포를 활용한 수리 모델로 제시하였으며, 고재우, 김각규, 윤봉규(2013)는 여러 단계로 구분된 함정정비 프로세스를 지수 분포 기반 모형과 단계형 분포 기반 모형으로 구현 한 후 정비 지연 시간 및 지연비용을 PI로 하여 비교분석하였다. 여현진(2014)은 여러 단계로 구분된 병원 내 정형외과의 진료 프로세스를 대기행렬을 활용하여 비교 분석하였다. 단계형 분포는 상대적으로 개념모형의 설계와 컴퓨터 프로그래밍을 통한 구현이 용이한 편이며, 단계의 정의에 따라 복수의 절차로 구성된 업무의 다양한 사례에 대한 분석 및 최적 대안 제시로 확장이 가능한 장점이 있다. 본 연구에서도 이와 같은 장점을 바탕으로 단계형 분포를 활용한 업무 절차 분석 방안을 제시하였다.

4. 단계형 분포

단계형 분포에 대해서는 Neuts(1981) 및 윤봉규(2008, 2010)에서 자세하게 다루고 있다. 단계형 분포는 마코프 체인의 무기억 속성(Memoryless Property)을 활용하고 있다. 무기억 속성이란, 미래의 결과는 현재 주어진 상황의 결과에 따라서만 결정되며, 현재 이전의 과거 이력은 영향을 미치지 않는 속성을 의미한다. 분석상에서의 현재 - 미래 간 시간 간격은 연속시간 간격과 이산 시간 간격 중 하나를 사용한다. 본 연구에서는 이산 시간 간격을 사용하였으며, 따라서 본 논문에서는 이산 시간 간격에 대한 단계형 분포를 설명한다.(연속시간 간격에 대한 단계형 분포 및 활용례는 윤봉규(2010)에서 자세하게 다루고 있다.)

마코프 체인의 무기억 속성에 따라, n번의 시간 간격 흐름 이후의 사건 발생확률은 전이 확률 행렬의 n제곱으로 표현할 수 있다. 또한, 일정한 횟수 이상 제곱할 경우(그 횟수 만큼의 기간이 경과된 것을 의미한다.)

각 상태로 전이할 확률은 조건과는 관계없이 동일하다. 이 확률을 안정화 확률(Steady State Probabilites)라고 한다. 안정화 확률은 위와 같이 거듭제곱을 통하여서도 구할 수 있으나, 안정화 확률 벡터를 미지수로 하여 방정식을 수립하는 방법르도 도출할 수 있다. 안정화 확률 벡터는 다음과 같은 성질을 가진다.

$$\pi M_{transition} = \pi, \pi \cdot 1 = 1$$

위와 같은 전이 확률을 이용하기 위해서는 상태 전이의 분포가 기하분포(Geometric Distribution)을 따라야 한다. 만일. 일정 시간 간격이 흐른 이후에 전이가 발생하는 경우에는 조건 상태에서 결과 상태로 전이할 확률의 자리에 변화가 발생하기까지의 시간 간격의 흐름을 나타내는 전이 행렬을 대입하여 전이 흐름을 나타낼 수 있다. 이와 같은 분포를 단계형 분포라고 한다.

업무의 도착이 단일한 경로로 이루어진다고 가정하면, 단일 서버에서의 처리 중인 업무량을 주 상태로 표현하는 행렬은 다음과 같이 설계할 수 있다

$$M_{transition} = \begin{pmatrix} P_{00} & P_{01} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & P_{21} & P_{22} & P_{23} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & P_{32} & P_{33} & P_{34} & \cdots & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & P_{43} & P_{44} & P_{45} & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \end{pmatrix}$$

각 P_{ij}는 흡수 마코프 체인의 블록행렬인 T, a와 단계형 업무처리에서 시작 단계를 결정하는 τ로 구성된다. 흡수 마코프 체인의 블록행렬은 다음과 같다.

$$M_{transition} = \begin{bmatrix} T & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$a(n' \times k'$ 행렬$)$: 일시 상태에서 흡수 상태로의 전이가 발생하는 확률을 표현한 행렬. 열의 개수 k'은 흡수 상태의 개수를 의미한다.

$T(n' \times n'$ 행렬$)$: 일시 상태 간의 전이가 발생하는 확률을 표현한 행렬. 흡수 상태로의 전이가 발생할 확률을 차감함에 따라 다음과 같은 식이 성립한다.

$$\sum_{j=1}^{n} a \leq 1$$

$1(k' \times k'$ 의 항등행렬$)$: 흡수 상태로 전이한 이후에는 계속해서 흡수 상태에만 머무르게 됨을 표현한다.

단계형 분포에서는 위의 흡수 마코프 체인의 원리를 활용하여 다음과 같이 업무의 도착, 처리 그리고 완료를 표현할 수 있다.

1) 업무의 도착 : τ는 가능한 단계의 수(m)만큼의 요소를 가지는 행벡터이며, 각 요소의 값은 각 단계에서 시작할 확률을 의미한다.

2) 업무의 진행 : 도착한 업무는 어떤 흐름을 거치더라도 결국 완료를 향하여 갈 것이다. 이는 흡수 마코프 체인에서의 T 블록 행렬에서의 전이흐름과 같다.

3) 업무의 종료 : 업무가 진행되는 단계를 빠져오면 더 이상 다른 단계로 전이할 수 없다. 이는 흡수 마코프 체인의 a로의 전이 흐름과 같다. a는 가능한 단계의 수(m)만큼의 요소를 가지는 열벡터이며, 이는 각 단계에서 업무 종료로 흡수될 확률을 의미한다.

4) 업무의 종료와 동시에 업무를 접수 : 업무가 종료되는 순간 해당 서버는 새로운 업무를 접수할 수 있는 상태(Idle)가 된다. 이 때 새롭게 도착한 업무를 접수할 확률에 대한 행렬은 다음과 같다..

$$\begin{pmatrix} a_1(\tau_1\ \tau_2\ \tau_3\ \cdots\ \tau_m) \\ a_2(\tau_1\ \tau_2\ \tau_3\ \cdots\ \tau_m) \\ a_3(\tau_1\ \tau_2\ \tau_3\ \cdots\ \tau_m) \\ \vdots \\ a_m(\tau_1\ \tau_2\ \tau_3\ \cdots\ \tau_m) \end{pmatrix}$$

위 행렬의 형태는 a의 각 요소 대신 τ 행렬에 a의 각 요소 값을 곱한 결과를 적용한 것과 같다. 이와 같이 앞의 행렬의 각 요소의 자리에 뒤의 행렬에 해당 요소 값을 곱한 행렬로 치환하는 연산을 크로네커 곱(Kronecker Product. 연산 기호 $\otimes$)이라고 한다. 크로네커 곱으로 위 행렬을 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} a_1(\tau_1\ \tau_2\ \tau_3\ \cdots\ \tau_m) \\ a_2(\tau_1\ \tau_2\ \tau_3\ \cdots\ \tau_m) \\ a_3(\tau_1\ \tau_2\ \tau_3\ \cdots\ \tau_m) \\ \vdots \\ a_m(\tau_1\ \tau_2\ \tau_3\ \cdots\ \tau_m) \end{pmatrix} = a \otimes \tau$$

위의 3가지 τ, T, a와 도착률 λ 총 4가지 요소와 크로네커 곱을 활용하면 단계형 분포로 구성된 주 상태의 모든 전이를 표현할 수 있다.

4. 행렬기하법(Matrix Geometric Method)을 활용한 대규모 전이행렬의 안정 상태 확률 도출

단계형 분포에서 단계가 세분화 됨에 따라 행렬 요소의 숫자가 기하급수적으로 증가하고 이는 연산 시간 및 메모리 요구량의 급증으로 이어진다. 이러한 문제점을 해결하기 위한 방법으로 행렬 기하법이 있다. 행렬기하법의 자세한 내용은 Neuts(1981)에서 다루고 있으며 여기서는 간략한 설명과 행렬기하법을 활용한 안정 상태 확률 도출 공식을 설명한다. 행렬기하법은 주 상태의 전이에서 규칙성을 찾고, 동일한 규칙성을 가지는 부분을 블록화시켜서 안정상태 확률을 도출한다. 규칙성이 차이가 나는 블록과 블록의 상태 변화(유지, 전진, 후진)에 대한 분석만을 진행함으로서 상대적으로 짧은 시간과 제한된 메모리 용량 내에서도 분석이 가능한 장점이 있다.

행렬기하법에서는 상태가 변하지 않는 블록, 상태가 전진하는 블록, 그리고 상태가 후행하는 블록 크게 3가지로 전체 전이 확률 행렬을 구분한다. 그리고, 상태 유지, 전진, 후행 각각으로의 귀결을 흡수 상태로 두는 일시 상태 행렬 G,U,R을 활용한다.

행렬 기하법을 활용한 안정상태 확률 도출 절차는 다음과 같다.(Neuts. 1981)

1) G,U,R 구하기

우선 각각의 블록은 다음과 같으며,
상태가 변하지 않는 블록행렬 = A_0
상태가 전진하는 블록 = A_1
상태가 후행하는 블록 = A_{-1}

상태 유지, 전진, 후행 각각으로의 일시 상태 행렬은 다음과 같다
U = 유지, G = 후행, R = 전진

$G = I$

아래내용반복($Repeat$)

가)$G_0 = G$
나)$U = A_0 + A_1 \cdot G$
다)$G = (I - U)^{-1} \cdot A_{-1}$
라)if $G_{\le gacy} - G_{\ne w} < \epsilon$ $then\ Break$
반복종료후
$U = A_0 + A_1 \cdot G$
$R = A_1 \cdot (I - U)^{-1}$
End

2) Normalization Factor(k) 구하기

위에서 산출한 G를 활용하여 아래의 정방형 공간에 대한 안정화 확률을 구할 수 있다. 여기서 구한 안정화 확률은 실제 안정화 확률보다 k배 만큼 크다. 따라서 아래와 같은 방법으로 k를 구하면, 이를 활용하여 전체 행렬의 안정화 확률을 구하는 것이 가능하다.
$\begin{pmatrix} B_0 & B_1 \\ C_{-1} & A_0 + A_1 \cdot G \end{pmatrix}$에서 안정화 확률을 구한 후, 아래 식에 따라 k를 산출 할 수 있다.

$$k = \pi'_0 1 + \pi'_1 \cdot (I - R)^{-1} \cdot 1$$

3) 전체 행렬의 안정화 확률

$$\pi_0 = \frac{\pi'_0}{k}, \pi_1 = \frac{\pi'_1}{k}, \pi_l = \pi_1 \cdot R^{l-1}\ (l \ge 2)$$

5. 구매 절차 분석 모형의 구현

본 연구에서는 업무의 도착은 지수분포, 업무의 처리는 단계형 분포로 구성한 모델을 제시한다. 본 연구에서는 구매 업무를 1)요청 내용 검토 및 물가조사와 2)입찰 공고 업무 2가지 업무로 구분하고 각 업무를 지연 여부에 따라 다시 2분할 하였다. 단계는 현재 업무의 처리 상태인 Situation 그리고 각 situation에서의 잔여 처리 시간인 Time의 조합으로 구성하였다. Situation 별 소요되는 시간 간격은 <표 1>과 같다.

<표 1. 업무흐름의 단계 및 처리 소요 시간>

대응 업무명		situation number	Lead Time
요청내용 검토 및 물가조사	정상	4	3
	지연	3	1
입찰공고	정상	2	2
	지연	1	1

각 업무가 정상적으로 완료가 될 경우, 담당자는 지연에서의 Lead Time은 소모하지 않고, 다음 프로세스의 업무를 착수하거나 업무를 종료한다. 그러나, 지연이 발생할 경우, 담당자는 지연에서의 Lead Time을 소모한 후 업무를 종결하게 된다. 지연에서의 Lead Time을 포함했을 때, 총 7개의 Phase가 업무 도착부터 업무 종료까지 가능한 Phase가 된다. 가능한 단계를 사전식으로 나열한 결과는 다음과 같다.

<표 2. 단계별로 가능한

대응 업무명		가능한 단계
요청내용 검토 및 물가조사	정상	(4,3),(4,2),(4,1)
	지연	(3,1)
입찰공고	정상	(2,2),(2,1)
	지연	(1,1)

위의 단계를 기초로 하는, 단계별 전이 확률을 표현하는 τ, T, a는 다음과 같다.

$$T_s = (1\,0\,0\,0\,0\,0\,0)$$

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 1.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-a_1 & a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad a = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ a_2 \\ 1.0 \end{pmatrix}$$

a_1은 정상적으로 요청 내용 검토 및 물가 조사 업무가 처리될 확률이다. 즉, a_1의 확률로 요청 내용 검토 및 물가 조사를 정상 종료 후 입찰 공고에 착수하게 되며, $1-a_1$의 확률로 요청 내용 검토 및 물가조사 업무를 추가 진행 후 입찰 공고를 진행하게 된다. 동일한 흐름으로, a_2의 확률로 입찰 공고를 정상 종료 후 구매 업무가 완료되며, $1-a_2$의 확률로 입찰 공고 업무를 추가 진행 후 구매 업무는 종료된다.

다단계의 공정이나 절차를 가진 업무의 처리에서는 공정과 공정사이에 유휴 시간이 발생할 수 있다. 제한 요건이 없다면, 담당자는 대기 시간 중에 진행 가능한 다른 업무를 처리할 것이다. 실제 군 구매 담당자 역시 이와 같은 방식으로 업무를 처리하고 있으므로 본 모형에서는 담당자가 동시에 4개의 업무를 접수 받아서 처리할 수 있음을 가정하였다. 이에 따라, 서버가 4개인 경우와 동일하게 최대 4건까지의 업무를 완료처리할 수 있다고 가정하였다. 이 경우, 업무의 수가 감소하는 경우의 정방 행렬이 업무의 수가 유지되는 경우나 증가하는 경우보다 많아지면서, 행렬기하법을 적용하기에 애로사항이 발생한다. 이를 해결하기 위하여, 본 연구에서는 행렬기하법의 블록을 4개의 업무 수 단위로 묶어서 구성했다.

예시) 업무수 4-8 to 9-12로의 전이 : A_{-1}

위 내용을 바탕으로 수립한 초기 수리 모형을 구동한 결과는 다음과 같다. 모형에 적용한 모수는 다음과 같다. (적용 모수의 근거는 구매 업무 처리 시간에 관한 표준 자료를 활용하였다. 1 시간 간격은 실제 시간 2시간으로 설정하였다.)

λ(단위 시간 당 업무 도착률)	0.85
a_1 (situation 4의 정상 종료확률)	0.8
a_2 (situation 2의 정상 종료확률)	0.75
G 갱신 오차 범위	10^{-12}

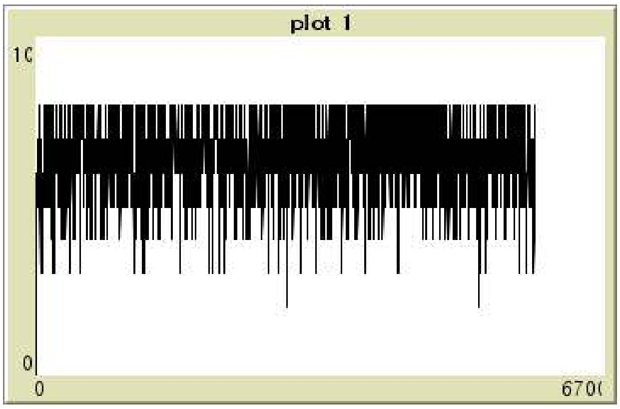
분석 도구로는 프로그래밍 언어인 Julia(Ver 1.5.3.)을 사용하였으며, 분석을 진행한 결과는 다음과 같다.

처리 중인 업무 수	안정화 확률
0	0.0004960915
1	0.0063211952
2	0.0336164738
3	0.0968191009
4	0.1656460536
5	0.1798905343
6	0.1423123312
7	0.1033763383
8	0.0751243155
9	0.0543957168
10	0.0393481378
11	0.0284502247
12	0.0205668575
13	0.0148668296
14	0.0107462216
15	0.0077676203

16	0.0056145901
17	0.0040583292
18	0.0029334328
19	0.0021203369
20	0.0015326166
21	0.0011078021
22	0.0008007387
23	0.0005787879
24	0.0004183580

위 자료에 따르면, 1 시간 단위당 도착하는 업무가 0.85건임에도 불구하고, 동시 처리 능력의 2배인 8건 이상의 업무가 누적될 가능성이 약 27.04%에 달함을 알 수 있다. 즉, 약 20 ~ 25%의 확률로 1일 또는 2일의 지연이 발생하는 것만으로도 업무 담당자의 처리 능력을 넘어서는 업무 지연이 발생할 확률이 높다고 볼 수 있다.

분석된 결과의 타당성을 검증하기 위하여 본 연구에서는 행위자 기반 모델링(Agent Based Modeling) 분석 도구인 NetLogo(ver 6.0.4.)를 활용하였다. 행위자 기반 모델링은 개체별 행동 규칙과 환경 값을 지정하는 것 만으로도 각 개체가 상호작용 하면서 발생하는 다양한 행동 및 결과를 모형화 할 수 있다. 수리모형과 동일한 모수와 서버의 개수를 적용하여 5000시간 단위를 가동한 결과, 서버내의 총 업무의 수가 약 4개에서 8개 사이에서 균등한 수준으로 나타남을 알 수 있다. 비록 수리모형보다는 낮은 수준이지만, 행위자 기반 모델링을 통한 분석 결과 역시 동시 처리 능력을 상회하는 구매 업무가 담당자에게 지속적으로 할당되어 있을 것으로 예측하였다.



6. 결론

본 연구에서는 구매 부서의 업무 절차를 개선할 수 있는 방안으로 단계형 분포와 ergodic 조건을 만족하는 이산시간 마코프 체인을 활용한 수리모형을 제시하였다. 단계형 분포는 최적화 방정식에 비하여 수리모형의 구조 이해 및 구현이 간단한 장점이 있으며 기하분포를 따르지 않는 전이의 흐름도 단계의 세분화를 통하여 실제와 유사하게 구현할 수 있는 장점이 있다. 본 연구에서는 단계형 분포를 활용하여 구매 업무 절차를 수리모형으로 구현할 수 있음을 제시하였으며, 단순화된 수리모형만으로도 현실에서 발생할 수 있는 문제에 대한 시각을 제공할 수 있음을 확인할 수 있었다.

본 연구의 결과를 연구자의 실제 구매 업무 상에서의 경험과 비교하여 볼 때 실제 구매 업무 지연의 문제 양상과도 어느 정도 일치하는 부분이 있었다. 그러나, 본 연구는 다양한 모수를 적용한 반복 실험 및 행위자 기반 모델링의 해석 결과와의 비교 대조를 통하여 검증하지 못한 한계점이 있다. 향후 연구에서는 각 구매 부서별 모수와 단계수 세분화를 활용한 다양한 경우에 대한 실험 및 행위자 기반 모델링 결과와의 비교 분석을 실행할 예정이다. 이를 통해서 정량적 분석 결과를 바탕으로 한 과학적인 구매 절차 개선 방안의 제시가 가능할 것으로 기대한다.

참고문헌

[1]고재우, 김각규, 윤봉규. "예약도착 대기행렬을 활용한 함정정비 최적 예약시간 산정에 관한 연구," 한국경영과학회지 38(3), 13-22. 2013.
[2]성현진, 최재성, 김상엽. “고속도로 자동요금징수시스템의 차량 통행시간 산정을 위한 다중서비스 대기행렬 이론 연구”, 한국ITS학회 논문지 10(2), 22-34, 2011.
[3]손휘민, 윤봉규. “운용가용도를 고려한 최적 여유장비 수준 연구”, 로지스틱스연구, 제16권 2호, 105-120, 2008.
[4]여현진, 박원숙, 유명철, 박상찬, 이상철, “대기행렬이론을 활용한 의료서비스 환자 대기환경 평가”, 품질경영학회지 42(1), 71-80, 2014.
[5] 윤봉규, "단계형 확률과정과 국방분야 응용 사례," 국방과학기술 1(1), 13-26, 2008.
[6] 윤봉규, "무인항공기 운용 모형을 통해 살펴본 전이다이어그램과 전이 행렬의 확장에 관한 연구," 국방과학기술 3(3), 63-74, 2010.
[7] 조만식, “시뮬레이션을 활용한 서비스 프로세스의 연구”, 석사학위논문, 금오공과대학교, 2011.
[8]S. M. Ross, “Introduction to Probability Models, Elsevier 11th ed”, New York, 2014